

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(Финансовый университет)**

**Кафедра математики и анализа данных  
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной и  
методической работе  
\_\_\_\_\_ Е.А. Каменева  
«28» декабря 2024 г.

**Савинов Е.А.**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

**Рабочая программа дисциплины**  
для студентов, обучающихся по направлению подготовки  
38.03.05 - Бизнес-информатика  
ОП «Цифровая трансформация управления бизнесом»

38.03.05 - Бизнес-информатика, 21.03.02 Землеустройство и кадастры  
ОП «Цифровые технологии в управлении земельными ресурсами и объектами  
недвижимости»

*Рекомендовано Ученым советом  
Факультета информационных технологий и анализа больших данных  
(протокол №50 от 17.12.2024 г.)*

*Одобрено Советом кафедры математики и анализа данных  
(протокол №4 от 18.11.2024 г.)*

**Москва 2024**

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины.....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине .....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся .....	5
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий .....	6
5.1. Содержание дисциплины.....	6
5.2. Учебно–тематический план.....	9
5.3. Содержание семинаров, практических занятий .....	10
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	12
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы .....	12
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю .....	13
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	25
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....	25
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем .....	27
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	27

## 1. Наименование дисциплины

«Теория вероятностей и математическая статистика».

## 2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
<b>УК-4</b> (Для Бизнес-информатика, ОП Цифровая трансформация управления бизнесом) <b>УК-12</b> (Для Бизнес-информатика; Землеустройство и кадастры; ОП Цифровые технологии в управлении земельными ресурсами и объектами недвижимости)	Способность использовать прикладное программное обеспечение при решении профессиональных задач	1. Использует основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных.	<b>Знать:</b> основные методы сбора и представления данных, применяемые в теории вероятностей и математической статистике, включая подходы к обработке статистических данных.  <b>Уметь:</b> использовать прикладное программное обеспечение для сбора, представления и хранения статистических данных, включая создание и использование баз данных для хранения экспериментальных результатов
		2. Демонстрирует владение профессиональными пакетами прикладных программ.	<b>Знать:</b> основные функции и возможности профессиональных программных пакетов, используемых для анализа данных в теории вероятностей и статистике (Python).  <b>Уметь:</b> применять функции и инструменты программных пакетов для выполнения расчетов, визуализации и анализа данных, включая расчет вероятностных характеристик и построение графиков распределений
		3. Выбирает необходимое	<b>Знать:</b> принципы выбора прикладного программного



<p>кадастры; ОП Цифровые технологии в управлении земельными ресурсами и объектами)</p>	<p>анализ и синтез информации , применять системный подход для решения поставленны х задач</p>		<p><b>Уметь:</b> выявлять закономерности в данных, используя методы теории вероятностей и статистики, и объяснять природу их вариабельности в контексте реальных задач</p>
		<p>3. Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.</p>	<p><b>Знать:</b> принципы классификации и группировки данных, методы выделения однородных групп, а также критерии оценки полноты классификации в статистике.</p> <p><b>Уметь:</b> формулировать признаки для классификации данных, выделять однородные группы объектов, используя теоретико- вероятностные методы.</p>

		4. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	<p><b>Знать:</b> методы критического анализа информации, а также способы различения фактов, интерпретаций и мнений в статистических исследованиях.</p> <p><b>Уметь:</b> формировать обоснованные выводы на основе анализа данных, отличать факты от субъективных оценок и интерпретаций, используя системный</p>
		5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.	<p><b>Знать:</b> взаимосвязь основных понятий теории вероятностей.</p> <p><b>Уметь:</b> анализировать реальную систему через вероятностную модель.</p>

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» является дисциплиной Цикла математики и информатики по направлениям подготовки 38.03.05 - Бизнес-информатика ОП "Цифровая трансформация управления бизнесом"; 38.03.05 - Бизнес-информатика, 21.03.02 Землеустройство и кадастры ОП "Цифровые технологии в управлении земельными ресурсами и объектами недвижимости".

### 4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

38.03.05 - Бизнес-информатика ОП "Цифровая трансформация управления бизнесом"

Таблица 1.1

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 2 (в часах)
----------------------------------	--------------------------	------------------------

<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>3/108</b>	<b>3/108</b>
<b>Контактная работа - Аудиторные занятия</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<i>Лекции</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>58</b>	<b>58</b>
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Зачет	Зачет

38.03.05 - Бизнес-информатика, 21.03.02 Землеустройство и кадастры ОП  
"Цифровые технологии в управлении земельными ресурсами и объектами  
недвижимости"

Таблица 1.2

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 3 (в часах)
<b>Общая трудоёмкость дисциплины</b>	<b>3/108</b>	<b>3/108</b>
<b>Контактная работа - Аудиторные занятия</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<i>Лекции</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>58</b>	<b>58</b>
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен

**5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий**

#### **5.1. Содержание дисциплины**

### **Часть 1 – Теория вероятностей**

#### **Раздел 1 – Элементарная теория вероятностей**

##### **Тема 1. Основы комбинаторики. Элементарные определения вероятностей**

Введение в теорию вероятностей. Правила сложения и умножения. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Основные конфигурации

комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки. Интуитивные понятия случайного события и вероятности. Классический способ подсчета вероятностей. Геометрические вероятности.

## **Тема 2. Конечное вероятностное пространство**

Конечное пространство элементарных событий. Случайное событие как подмножество в конечном пространстве элементарных событий. Класс всех подмножеств конечного пространства элементарных событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство (модель). Свойства вероятности (монотонность, формула включений-исключений, конечная полуаддитивность). Классическая модель на примере задачи об отсутствии неподвижных точек случайной перестановки.

## **Тема 3. Условные вероятности и независимость событий**

Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.

Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Построение модели для схемы Бернулли. Формула Бернулли.

## **Раздел 2 – Случайные величины и векторы**

### **Тема 4. Вероятностное пространство (общий случай). Случайные величины и функции распределения.**

Алгебры и сигма-алгебры. Измеримое пространство. Конечно- и счетно-аддитивные меры на алгебрах. Общее определение вероятностного пространства. Дополнительные свойства (критерии) счетно-аддитивных мер: счетная полуаддитивность и непрерывность в нуле. Борелевская сигма-алгебра на вещественной прямой. Случайная величина как измеримая функция на пространстве элементарных событий. Распределение случайной величины как мера на прямой. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения. Основные числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, моменты, дисперсия, стандартное отклонение, квантили. Свойства математического ожидания, дисперсии.



## **Тема 5. Дискретные и абсолютно-непрерывные случайные величины**

Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами. Некоторые дискретные распределения (Бернулли, биномиальное, равновероятное, геометрическое, пуассоновское). Пример неступенчатой дискретной функции распределения.

Математическое ожидание дискретной случайной величины и функции от нее.

Случайные векторы. Независимость дискретных случайных величин. Функция распределения случайного вектора и ее свойства. Распределение дискретного случайного вектора и его компонент. Числовые характеристики случайного вектора. Ковариация и коэффициент корреляции. Функции от одной или нескольких случайных величин. Арифметические операции над случайными величинами.

Мера Лебега на вещественной прямой. Абсолютно непрерывные случайные величины (НСВ). Свойства функции распределения и плотности. Некоторые АН распределения (равномерное на отрезке, показательное, гамма-распределение, нормальное, логнормальное, Коши).

Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины.

## **Раздел 3. Предельные теоремы**

### **Тема 6. Виды сходимости и предельные теоремы**

Неравенства Маркова и Чебышёва. Сходимость случайных последовательностей по вероятности, почти наверное, в среднем и среднем квадратичном, по распределению.

Законы больших чисел Чебышева и Бернулли. Усиленный ЗБЧ Колмогорова. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных слагаемых. Роль нормального закона в приложениях теории вероятностей. Теорема Муавра-Лапласа и Теорема Пуассона для схемы Бернулли.

## Часть 2 – Математическая статистика

### Раздел 1 – Оценки параметров

#### Тема 7. Выборочный метод

Основные задачи математической статистики. Выборка, эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения, выборочные характеристики, вариационный ряд. Гистограмма. Сходимость выборочных характеристик к теоретическим. Моделирование выборок и сравнение выборочных характеристик с теоретическими.

Использование электронных таблиц и библиотек *numpy*, *scipy.stats*, *matplotlib*, *statsmodels* для моделирования выборок, вычисления выборочных и теоретических характеристик и построения эмпирической функции распределения и гистограммы.

#### Тема 8. Точечные оценки параметров распределения

Понятие статистики, точечной оценки. Свойства точечных оценок: несмещенность, асимптотическая несмещенность, состоятельность, сильная состоятельность и асимптотическая нормальность. Несмещенная оценка дисперсии. Достаточное условие состоятельности. Состоятельность асимптотически нормальной оценки.

Методы построения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.

### 5.2. Учебно-тематический план

Таблица 2

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоёмкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самост оятельн ая работа	
			Об щая, в т.ч.:	Лек ции	Семинары, практическ ие занятия		
Теория вероятностей							
1.	Элементарная теория вероятностей	39	19	5	14	20	Самостоятельные работы. Участие в

2.	Случайные величины и векторы	35	19	5	14	16	решении задач на практических занятиях.
3.	Предельные теоремы	12	2	2	-	10	Обсуждение решенных задач.
<b>Математическая статистика</b>							
1.	Оценки параметров	22	10	4	6	12	Самостоятельные работы. Участие в решении задач на практических занятиях. Обсуждение решенных задач.
	В целом по дисциплине	108	50	16	34	58	Согласно учебному плану: контрольные работы
	Итого в %		46%	32%	68%	54%	

\*объем контактной работы в очно-заочной/заочной формах обучения и индивидуальных учебных планах определяется соответствующими учебными планами. Темы, реализуемые в виде контактной работы, определяются преподавателем самостоятельно, исходя из уровня их сложности.

### 5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Таблица 3

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
<b>Элементарная теория вероятностей</b>	Основные понятия комбинаторики: правила сложения и умножения, сочетания, размещения, перестановки. Использование комбинаторных формул при классическом подсчете вероятностей. Геометрические вероятности. Пространство элементарных событий. Случайное событие как подмножество в пространстве элементарных событий. Алгебра событий. Аксиомы вероятности и вероятностное пространство. Свойства	-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия; -изучение рекомендованных к занятию литературных источников; -подготовка к семинарским и практическим занятиям; - выполнение домашних заданий

	<p>вероятности. Формула включений-исключений. Индикаторы событий. Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формулы Байеса. Независимые события. Схема Бернулли.</p> <p><i>Рекомендуемые источники</i> : (п.8.1, 8.2, 8.5, 9.1, 9.2, 9.4)</p>	<p>-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>-изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>-подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>-выполнение домашних заданий</p>
<p><b>Случайные величины и векторы</b></p>	<p>Дискретные случайные величины. Вычисление дискретных распределений. Основные дискретные распределения. Задачи на вычисление вероятностей. Графики дискретных функций распределения. Числовые характеристики ДСВ. Вычисление математических ожиданий и дисперсий ДСВ, двумерные ДС векторы, вычисление маргинальных распределений, независимость, ковариация и коэффициент корреляции. Моменты основных дискретных распределений (Бернулли, биномиальное, геометрическое, пуассоновское).</p> <p>Абсолютно непрерывные случайные величины. Задачи на вычисление константы плотности, вероятностей событий, функций распределения по плотности и наоборот. Вычисление моментов основных абсолютно-непрерывных распределений (равномерное, нормальное, показательное). Вычисление распределений функций от абсолютно-непрерывных случайных величин и векторов. Функции от независимых случайных величин. Максимумы и минимумы независимых случайных величин. Свойства моментов, ковариации, коэффициента корреляции.</p> <p><i>Рекомендуемые источники</i> : (п.8.1, 8.2, 8.5, 9.1, 9.2, 9.4)</p>	<p>-работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</p> <p>-изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</p> <p>-подготовка к семинарским и практическим занятиям;</p> <p>-выполнение домашних заданий</p>

Оценки параметров	<p>Исследование свойств оценок (несмещенность, состоятельность). Моделирование выборок и сравнение выборочных характеристик с теоретическими. Использование электронных таблиц, Python и библиотек <i>numpy</i>, <i>scipy.stats</i>, <i>matplotlib</i>, <i>statsmodels</i> для моделирования выборок, вычисления выборочных и теоретических характеристик, построения эмпирической функции распределения и гистограммы. Методы построения точечных оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.</p> <p><i>Рекомендуемые источники</i> : (п.8.1, 8.2, 8.5, 9.1, 9.2, 9.4)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстом лекции, разбор вопросов по теме занятия;</li> <li>- изучение рекомендованных к занятию литературных источников;</li> <li>- подготовка к семинарским и практическим занятиям;</li> <li>- выполнение домашних заданий</li> </ul>
-------------------	--	--

## 6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Таблица 4

<b>Наименование тем (разделов) дисциплины</b>	<b>Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение</b>	<b>Формы внеаудиторной самостоятельной работы</b>
<b>Случайные величины и векторы</b>	Проверка счетной аддитивности с использованием критериев Совместные абсолютно-непрерывные распределения, многомерное гауссовское распределение, гауссовость линейной комбинации компонент гауссовского вектора.	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников, подготовка и написание контрольной работы.
<b>Предельные теоремы</b>	Задачи на предельные теоремы	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников, подготовка и написание контрольной работы.
<b>Оценки параметров</b>	Подготовка данных для анализа с использованием библиотек numpy, pandas. Построение ящика с усами с использованием электронных таблиц и библиотек scipy.stats и seaborn	Работа с текстом лекции, разбор вопросов и заданий по теме занятия; изучение рекомендованных к занятию литературных источников, подготовка и написание контрольной работы.
<b>Проверка статистических гипотез</b>	Проверка гипотез о параметрах нормального распределения	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников, подготовка и написание контрольной работы.

## 6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Оценка знаний студентов осуществляется в баллах с учетом оценки работы в семестре (выполнение обсуждения вопросов и тем в соответствии с планами семинарских занятий; обсуждение заданий для самостоятельной работы; опрос студентов по пройденному материалу; участие в дискуссиях по проблемным темам дисциплины;

Промежуточный контроль проводится в форме Зачета/Экзамена по итогам модуля, оценки итоговых знаний и в соответствии с критериями Финансового университета реализуется следующим образом:

<b>№</b>	<b>Вид отчетности</b>	<b>Баллы</b>
1.	Работа в модуле	40
2.	Зачет / Экзамен	60
	Итого:	100

### Формы текущего контроля успеваемости и их балльная оценка

№	Формы текущего контроля	Количество баллов
1.	Активная работа на семинарском занятии	20
2.	Выполнение контрольных работ	20
	Итого	40

### Примерный вариант контрольной работы

1. В партии из 14 деталей имеется 7 стандартных. Наудачу отобраны 6 деталей. Найдите вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 4 стандартных.
2. В круг радиуса 120 наудачу бросаются 2 точки. Найдите вероятность того, что расстояние от центра круга до ближайшей точки будет не меньше 40.
3. Вероятность попадания при одном выстреле в мишень 0,81. Найдите вероятность хотя бы одного попадания при 3 выстрелах.
4. Детали, изготовленные в цехе, попадают к одному из 2-х контролёров. Вероятность того, что деталь попадёт к 1-му контролёру, равна 0,3; ко 2-му – 0,7. Вероятность того, что деталь будет признана стандартной 1-м контролёром равна 0,95; 2-м контролёром – 0,98. Изготовленная деталь при проверке была признана стандартной. Найдите вероятность того, что эту деталь проверял 1-й контролёр.
5. Отрезок длины 5 поделен на две части длины 2 и 3 соответственно, 9 точек последовательно бросают случайным образом на этот отрезок. Найдите вероятность того, что количество точек, попавших на отрезок длины 2, не будет равно 4.

### Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях кафедры математики и анализа данных.

### 7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в п.2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний**

Таблица 5

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения ( умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
<p><b>УК-4</b> (Для Бизнес-информатика, ОП Цифровая трансформация управления бизнесом)</p> <p><b>УК-12</b> (Для Бизнес-информатика; Землеустройство и кадастры; ОП Цифровые технологии в управлении земельными ресурсами и объектами недвижимости)</p> <p>Способность использовать прикладное программное обеспечение при решении профессиональных задач</p>	<p>1. Использует основные методы и средства получения, представления, хранения и обработки данных.</p>	<p><b>Знать:</b> основные методы сбора и представления данных, применяемые в теории вероятностей и математической статистике, включая подходы к обработке статистических данных.</p> <p><b>Уметь:</b> использовать прикладное программное обеспечение для сбора, представления и хранения статистических данных, включая создание и использование баз данных для хранения экспериментальных результатов</p>	<p>1. Каковы свойства эмпирической функции распределения?</p> <p>2. Построить эмпирическую функцию распределения по выборке данных, используя библиотеку <i>statsmodels.distributions.empirical_distribution (Python)</i>.</p>



	<p>2. Демонстрирует владение профессиональными пакетами прикладных программ.</p>	<p><b>Знать:</b> основные функции и возможности профессиональных программных пакетов, используемых для анализа данных в теории вероятностей и статистике (Python).</p> <p><b>Уметь:</b> применять функции и инструменты программных пакетов для выполнения расчетов, визуализации и анализа данных, включая расчет вероятностных характеристик и построение графиков распределений</p>	<p>1. Какие функции используются для вычисления оценок распределений?</p> <p>2. Сформировать выборку данных, которые предполагаются хи-квадрат распределёнными с неизвестным числом степеней свободы. Оценить выборочные среднее и дисперсию, используя метод максимального правдоподобия для оценки параметров.</p>
	<p>3. Выбирает необходимое прикладное программное обеспечение в зависимости от решаемой задачи.</p>	<p><b>Знать:</b> принципы выбора прикладного программного обеспечения для анализа данных, моделирования и статистического анализа в зависимости от задачи</p> <p><b>Уметь:</b> определять подходящее программное обеспечение для конкретных задач в теории вероятностей, таких как</p>	<p>1. Какие библиотеки для визуализации статистических данных наиболее популярны?</p> <p>2. Для данной выборки оценить параметра нормального распределения и проверить гипотезы о нулевом значении среднего.</p>

		проверка гипотез, регрессионный анализ или оценка параметров распределений	
	4. Использует прикладное программное обеспечение для решения конкретных прикладных задач.	<p><b>Знать:</b> основные приемы решения прикладных задач с использованием теории вероятностей и статистики, включая моделирование случайных явлений</p> <p><b>Уметь</b> применять программные инструменты для решения практических задач, таких как оценка вероятностных характеристик, генерация случайных величин и моделирование вероятностных экспериментов</p>	<p>1. Каковы теоретические основы метода Монте-Карло?</p> <p>2. Вычислить приближенно интеграл от заданной функции методом Монте-Карло.</p>
<p><b>УК-10</b> (Для Бизнес-информатика, ОП Цифровая трансформация управления бизнесом) Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и</p>	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации	<p><b>Знать:</b> типы данных и структур информации, которые используются в теории вероятностей и математической статистике, а также методы их сбора и систематизации</p>	<p>1. Назовите основные свойства разных типов распределений</p> <p>2. Составить логарифмическую функцию правдоподобия для параметра распределения Пуассона</p>

<p>систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленных задач</p> <p><b>УК-1</b> (Для Бизнес-информатика; Землеустройство и кадастры; ОП Цифровые технологии в управлении земельными ресурсами и объектами) Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>		<p><b>Уметь:</b> описывать и структурировать данные, использовать подходящие методы сбора и обработки информации в приложениях теории вероятностей, включая интерпретацию результатов на основе статистического анализа</p>	
	<p>2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу вариабельности</p>	<p><b>Знать:</b> основные принципы анализа закономерностей и вариабельности данных, а также методы идентификации и интерпретации случайных изменений в рамках вероятностной модели.</p> <p><b>Уметь:</b> выявлять закономерности в данных, используя методы теории вероятностей и статистики, и объяснять природу их вариабельности в контексте реальных задач</p>	<p>1. Объясните суть центральной предельной теоремы</p> <p>2. Докажите асимптотическую нормальность оценки максимального правдоподобия для распределения Пуассона</p>

	<p>3. Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.</p>	<p><b>Знать:</b> принципы классификации и группировки данных, методы выделения однородных групп, а также критерии оценки полноты классификации в статистике.</p> <p><b>Уметь:</b> формулировать признаки для классификации данных, выделять однородные группы объектов, используя теоретико-вероятностные методы.</p>	<p>1. Назвать основные распределения вероятностей и классифицировать их по какому-либо признаку</p> <p>2. Вычислить распределение суммы двух независимых случайных величин с геометрическим распределением с параметром <math>p</math>.</p>
	<p>4. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b> методы критического анализа информации, а также способы различения фактов, интерпретаций и мнений в статистических исследованиях.</p> <p><b>Уметь:</b> формировать обоснованные выводы на основе анализа данных, отличать факты от субъективных оценок и интерпретаций, используя системный</p>	<p>1. Что такое уровень значимости статистического критерия?</p> <p>2. Проверить гипотезу равенство нулю коэффициента корреляции двух выборок, сделать вывод и объяснить результат.</p>

		подход и статистические методы для обоснования решений.	
	5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.	<b>Знать:</b> взаимосвязь основных понятий теории вероятностей.  <b>Уметь:</b> анализировать реальную систему через вероятностную модель.	1. Как взаимосвязаны функция и плотность распределения, всегда ли существует каждая из них? Привести примеры.  2. Описать вероятностную модель схемы с двумя урнами, содержащими различное количество шаров двух цветов, в которой и урны и шары внутри каждой урны выбираются наудачу.

### Примеры практико-ориентированных (ситуационных) заданий

#### Задание по теме Точечные оценки в Excel и Python

- В Excel смоделировать выборку из нормального распределения объемом 2000, выбрав параметры самостоятельно.
- Вычислить следующие выборочные характеристики: выборочное среднее, смещенную и несмещенную выборочную дисперсию, соответствующие им выборочные стандартные отклонения, медиану, квартили и квантили уровня 0.95, 0.99 -- тремя способами
  - используя суммирование в Excel по формулам из лекции (только выборочные моменты)
  - с помощью формул в Excel (функции СРЗНАЧ, ДИСП.Г, ДИСП.В., КВАРТИЛЬ.ВКЛ, ПРОЦЕНТИЛЬ.ВКЛ.) В чем отличие ДИСП.Г и ДИСП.В ?
  - вызовом описательной статистики (меню: Данные/Анализ данных/описательная статистика. Если в меню нет, то подключить: Файл/Параметры/Надстройки/Управление -- надстройки Excel -- Перейти/Пакет анализа)
- Сравнить выборочные характеристики с соответствующими теоретическими.

4. Загрузить выборку из Excel в Python.

5. Повторить п.2. используя функции для нахождения выборочных характеристик:

```
import numpy as np
from scipy import stats as sts
np.mean(), np.median(), np.var(), np.quantile()
sts.describe().variance
sts.scoreatpercentile()
```

6. повторить п.3: найти теоретические характеристики и оформить сравнение в виде таблицы pandas.DataFrame.

Документация: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.stats.norm.html>

7. Построить в Python графики эмпирической (для  $n=10, 50, 200, 2000$ ) и теоретической функций распределения, используя метод `statsmodels.distributions.empirical_distribution.ECDF`

### **Примерные вопросы для подготовки к зачету**

1. Основные понятия комбинаторики
2. Свойства биномиальных коэффициентов.
3. Классический способ подсчета вероятностей.
4. Геометрические вероятности.
5. Конечное вероятностное пространство.
6. Условные вероятности.
7. Формула умножения.
8. Формула полной вероятности
9. формулы Байеса.
10. Независимые события. Попарная независимость и независимость в совокупности.
11. Схема повторных независимых испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли.
12. Алгебры и сигма-алгебры событий, измеримое пространство.
13. Конечно- и счетно-аддитивные меры на алгебре.
14. Вероятностное пространство (общий случай).
15. Борелевская сигма-алгебра на прямой.

15. Случайные величины.
16. Функция распределения случайной величины. Свойства функции распределения.
17. Случайный вектор. Независимость случайных величин. Функции от одной или нескольких случайных величин.
18. Арифметические операции над случайными величинами.
19. Дискретная случайная величина (ДСВ) и ее закон распределения.
20. Функция от дискретной случайной величины и арифметические операции над дискретными случайными величинами.
21. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин и векторов: математическое ожидание, дисперсия, стандартное отклонение, ковариация и коэффициент корреляции.
22. Математическое ожидание функции от дискретной случайной величины.
23. Свойства математического ожидания, дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции.
24. Некоторые дискретные распределения (равновероятное, биномиальное, пуассоновское, геометрическое), вычисление числовых характеристик.
25. Непрерывные и абсолютно непрерывные случайные величины. Свойства функции плотности.
26. Математическое ожидание и дисперсия абсолютно непрерывной случайной величины.
27. Математическое ожидание функции от абсолютно непрерывной случайной величины.
28. Равномерное распределение случайной величины на отрезке.
29. Показательное (экспоненциальное) распределение случайной величины
30. Нормальный закон распределения случайной величины.
31. Гамма-распределение
32. Распределение Коши
33. Распределение функций от случайных величин и векторов с абсолютно-непрерывным распределением
34. Нормальность суммы независимых нормальных случайных величин.

- 35. Неравенства Маркова и Чебышева.
- 36. Виды сходимости случайной последовательности
- 37. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. ЗБЧ в форме Бернулли.
- 38. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных слагаемых. Теорема Муавра-Лапласа.
- 39. Теорема Пуассона.
- 40. Основные задачи математической статистики.
- 41. Понятие выборки.
- 42. Эмпирическая функция распределения гистограмма.
- 42. Выборочные характеристики как числовые характеристики эмпирического распределения.
- 43. Понятие статистик, порядковые статистики, вариационный ряд.
- 44. Точечные оценки параметров распределений
- 45. Свойства точечных оценок: состоятельность, сильная состоятельность, несмещённость, асимптотическая нормальность.
- 46. Методы построения точечных оценок. Метод моментов.
- 46. Метод максимального правдоподобия.

### **Пример экзаменационного билета**

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
Высшего образования  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»  
(Финансовый университет)**

Кафедра математики и анализа данных

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Форма обучения очная

Направление подготовки: 38.03.05 - Бизнес-информатика, 21.03.02 Землеустройство и кадастры

ОП "Цифровые технологии в управлении земельными ресурсами и объектами недвижимости"

Учебный 2025-2026 год

3 семестр

1. Предложение инвестору содержит 7 контрактов типа А, 5 контрактов типа В и 9 контрактов типа С. Вероятность того, что контракт принесет убыток, равна 0.18 – для



типа А, 0.3 – для типа В и 0.91 – для типа С. Найдите вероятность  $P1$  того, что случайно выбранный инвестором контракт окажется убыточным. Какова при этом вероятность  $P2$  того, что выбранный убыточный контракт имел тип С.

2. Функция плотности  $f(x)$  непрерывной случайной величины  $X$  имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} Cx^2, & x \in [0, 9] \\ 0, & x \notin [0, 9] \end{cases}$$

Найти константу  $C$  и математическое ожидание  $E(X)$ .

3. Вероятность ошибочного срабатывания каждого отдельного датчика сигнализации составляет 0.059. Найдите вероятность  $P$  ошибочного срабатывания 50 датчиков из 900 установленных.

4.  $X = (X_1, \dots, X_n)$  выборка из равномерного распределения  $U[0, \theta]$ . Найти оценку параметра  $\theta$ , используя моменты третьего порядка. Вычислить ее в случае  $X = (1, 2, 3, 4)$ .

### **Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков**

Приказ от 01.10.2024 №2187/о «Об утверждении Положения о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации студентов, обучающихся по образовательным программам высшего образования в Финансовом университете

### **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **Основная литература:**

1. Лебедев А. В., Фадеева Л. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник (4-е издание)/ А. В. Лебедев, Л. Н Фадеева. Под ред. А. В. Лебедева. Изд. 4-е, перераб. и доп. – М. 2018. — 480 с.  
URL:<https://istina.msu.ru/publications/book/120811137/>

2. Соловьев В. И. Анализ данных в экономике: Теория вероятностей, прикладная статистика, обработка и визуализация данных в Microsoft Excel: учебник / В.И. Соловьев. — Москва: КНОРУС, 2019. — 498 с.— (Бакалавриат).

#### **Дополнительная литература:**

3. Ширяев А.Н. Вероятность-1: изд. 7-е, стереот. – М.: МЦНМО, 2021, 552с.

4. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие – Москва : Юрайт, 2011 - 479с. – Текст: непосредственный. – То же. - 2022. — ЭБС Юрайт. - URL: <https://urait.ru/bcode/488573> (дата обращения: 11.01.2022).. – Текст : электронный

5. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций: учебное пособие / под ред. А. А. Свешникова - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 446 с. - Текст : непосредственный. - То же. – 2021. - ЭБС Лань. - URL: <https://e.lanbook.com/book/168507> (дата обращения: 11.01.2022). - Текст : электронный.

#### **9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
4. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.com>
5. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
6. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
7. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
8. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
9. Национальная электронная библиотека <http://нэб.пф/>
10. Введение в статистику и проверку гипотез <https://stepik.org/course/204287/promo?search=5768650962>

#### **10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Студентам при подготовке следует использовать нормативные документы Финансового университета, Методические рекомендации по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным

программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете, утвержденные приказом Финуниверситета от 11.05.2021 г. № 1040 (см. сайт Финансового Университета: на главной странице раздел «Наш университет»; далее «Единая правовая база Финуниверситета»), использовать методические рекомендации кафедры.

Самостоятельная работа студентов проходит аудиторно и внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит календарно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций и практических занятий.

При подготовке к лекции целесообразно предварительно познакомиться с ее содержанием по рекомендованным источникам и выделить наиболее трудные вопросы. Во время лекций следует конспектировать содержание лекции. После занятий следует провести работу с конспектом: отредактировать записи, оформить конспект. При оформлении целесообразно выделять специальным образом названия тем и формулировки вопросов, основные определения, формулировки теорем и примеры. Сделанные записи нужно сопоставить с учебниками и учебными пособиями и в случае расхождений проконсультироваться с преподавателем.

### ***Методические указания по проведению практических занятий***

По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные.

*Учебные практические занятия* структурно состоят из следующих компонент:

- проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;
- выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
- разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
- рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;
- разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
- корректировка заданий для самостоятельной работы студентов.

*Контрольные практические занятия* структурно состоят из следующих компонент:

- проведение аудиторной контрольной работы;
- подведение итогов и разбор типичных ошибок, возникших при выполнении контрольной работы
- проведение коллоквиумов по теоретическому материалу

Студенты должны обратить внимание на перечень основных контрольных мероприятий, которые проводятся в соответствии с рабочей программой дисциплины.

Конкретные сроки проведения этих мероприятий своевременно доводятся до сведения студентов.

## **11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем**

### **11.1.Комплект лицензионного программного обеспечения:**

Пакет прикладных программ

Антивирус Kaspersky

### **11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

2. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

### **11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации - не предусмотрены.**

## **12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для освоения дисциплины необходим компьютер. При этом возможно использование компьютеров в компьютерных классах университета.

Все изучаемые технологии доступны на личных компьютерах студентов.